

# Optimisation et Méthodes Numériques

**Responsable** : Christophe Louembet (christophe.louembet@laas.fr, 05.61.33.69.50)

## Objectifs

De nombreux problèmes des Sciences de l'Ingénieur reposent sur la minimisation d'un critère : énergie (mise à poste d'un satellite, trajectoire de lanceur), consommation (commande de vol), temps (robotique mobile), etc. Le présent module s'attache à développer, pour les problèmes de l'Automatique moderne, les méthodes d'optimisation et l'environnement de calcul scientifique associés.

Une première partie concerne la théorie de la commande optimale qui offre un cadre générique d'étude des systèmes décrits par un modèle d'état continu. Elle s'intéresse à la génération de trajectoires optimales de systèmes contraints. Ces contraintes sont, en premier lieu, liées la limitation des moyens d'action du système (par exemple puissance limitée des propulseurs d'un lanceur spatiale, couple maximal d'un moteur thermique ou électrique) mais aussi à leur contexte environnemental (incidence maximale d'un avion avant décrochage, limitation de l'énergie embarquée, nuisance sonore maximale autorisée au dessus des aéroports, respect de zone de protection de la population pour les trajectoires d'Ariane ...). L'écriture des solutions est envisagée sous la forme de commande en boucle ouverte et lorsque cela est possible en terme de commande en boucle fermée.

Les approches issues de la première partie soulèvent des problèmes numériques concrets que les développements récents de l'algèbre linéaire permettent de relever. La seconde partie du module vise donc deux objectifs :

- présenter les méthodes numériques appropriées pour la résolution de problèmes algébriques et différentiels ;
- appliquer, dans un environnement logiciel dédié, les méthodes précédentes sur de nombreux problèmes de commande optimale sous contraintes et de commande robuste, dans un cadre continu ou discret.

## Contenu (C : 21h – TD : 16h – TP : 20h)

### 1. Commande optimale

- 1.1. Formulation générale d'un problème de commande optimale
- 1.2. Approche par le calcul des variations
- 1.3. Approche Hamiltonienne
- 1.4. Programmation Dynamique

### 2. Méthodes numériques

- 2.1. Calcul scientifique et problèmes algébriques ou numériques en Automatique
- 2.2. Analyse numérique matricielle
- 2.3. Résolution de systèmes différentiels
- 2.4. Introduction aux inégalités matricielles

**Enseignements pratiques** : Génération de trajectoires sous contraintes par méthodes directes ; Commande en temps minimal ; Analyse numérique matricielle ; Commande LQR.

## Pré-requis

Modules du Master 1 relatifs aux "Systèmes Linéaires à Temps Continu"

## Bibliographie

J.B. Hiriart-Urruty, *Les mathématiques du mieux faire. Volume 2 : La commande optimale pour les débutants*. Ellipse.

E. Trélat, *Commande Optimale : théorie et applications*, Vuibert.

J.T. Betts, *Practical methods for optimal control using nonlinear programming*, SIAM.