

# Outils mathématiques pour la performance

**Responsable** : Laurent Houssin (laurent.houssin@laas.fr, 05.61.33.68.15)

## Objectifs

---

Cette UE vis à sensibiliser les étudiants à l'utilisation d'outils mathématiques afin de choisir et appliquer une méthode d'optimisation ou d'évaluation suivant le contexte du système.

Dans le cas de l'ingénierie des systèmes, en particulier pour effectuer l'évaluation de performances et l'analyse de fiabilité des systèmes, le cours s'appuiera sur les notions de processus markoviens et la théorie des files d'attente.

Les outils mathématiques pour l'évaluation de performances développés dans le cours sont les processus markoviens (l'indice de popularité d'une page Web, appelé « PageRank », utilisé par Google, le bonus-malus pour une assurance automobile, la bio-informatique en sont des exemples), et les modèles de systèmes d'attente. L'étude de ces notions sera illustrée par des exemples issus des systèmes de production et de communication.

D'autre part, les problèmes d'optimisation (minimisation ou maximisation) se rencontrent fréquemment dans le domaine de l'ingénierie. Plus précisément, le but de ces problèmes est de fournir une solution, qui peut être considéré comme un ensemble de décisions ou un ensemble de valeurs numériques, qui optimise une fonction objectif. Les domaines d'application de l'optimisation demeurent très variés, on peut cependant citer en exemple le calcul d'un plus court chemin dans un graphe ou encore le calcul de la commande des actionneurs d'une fusée afin de minimiser l'énergie consommée. Ce cours sera consacré à l'étude des conditions d'optimalité et des principaux algorithmes de résolution de tels problèmes.

## Contenu (C : 18h – TP : 12h)

---

### Partie I : Évaluation de performance

1. Introduction: Généralités ; Modélisation ; Évaluation de performance ; Exemple d'étude de performances sur le réseau RENATER (Réseau National de télécommunications pour la Technologie l'Enseignement et la Recherche).
2. Modélisation aléatoire : Processus stochastiques ; Processus de Poisson ; Processus et chaîne de Markov à temps discret et continu ; Processus de naissance et de mort ; Formule de Little; Modèle fluide.
3. Modèles markoviens de files d'attente et non markoviens : définitions et analyses.
4. Modèle de réseaux de files d'attente : Réseaux Markoviens à forme produit.
5. Simulations et évaluations de réseaux de files d'attente: applications aux systèmes de production et de communication.

### Partie II : Optimisation

1. Introduction à l'optimisation. Classification des problèmes.
2. Programmation linéaire : Mise en équation d'un problème; Définitions et théorèmes fondamentaux ; Algorithme du simplexe ; Introduction à l'étude de la sensibilité.
3. Programmation non linéaire : Cas sans contrainte ; Contraintes égalités : paramètres de Lagrange ; Contraintes inégalités : paramètres de Kuhn Tucker ; Algorithmes de base.

## Pré-requis

---

Processus stochastiques (bases), Processus de Poisson, développement en série, algèbre linéaire